

**BDA002 Pružnost a pevnost**  
přednáška 3 (v.23/24.1)  
Kombinované studium

*Vyučující:* Ing. FILIP HOKEŠ, Ph.D.

Brno, zimní semestr 2023/2024

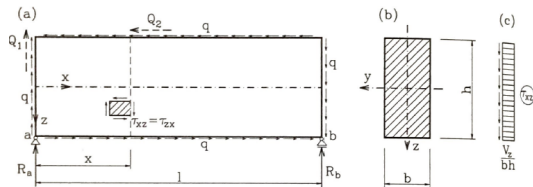
## 1. Smyk

- Prostý smyk
  - teorie
  - výpočet spojů namáhaných na střih
- Smyk za ohybu
  - smyková napětí v masivních průřezech
  - smyková napětí v tenkostěnných průřezech
  - střed smyku

- prostý (čistý) smyk je stav namáhání, kdy v daném bodě tělesa **existují jen smyková napětí** ( $\tau_{ij} \neq 0$ ) a **normálová napětí jsou nulová** ( $\sigma_i = 0$ )
- v rovině je nenulová pouze jedna z dvojice napětí  $\tau_{xy}$  a  $\tau_{yx}$  resp.  $\tau_{zx}$  a  $\tau_{xz}$
- prostý smyk na prutu vzniká je-li **pouze**  $V_y \neq 0$  resp.  $V_z \neq 0$ , **což je namáhání velice ojedinelé** (viz. obr. 1)
- je-li namáhání dle obr. 1 pak je v nosníku stav prostého smyku, neexistují normálová napětí a **tečné napětí je po výšce průřezu konstantní** o velikosti

$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{A},$$

- kde  $A = bh$



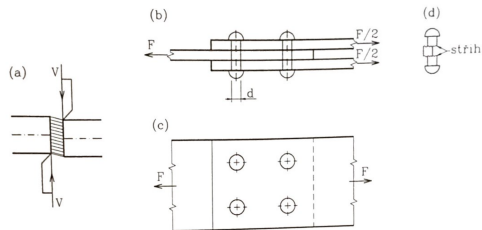
Obr. 1: Namáhání v prostém smyku

- se zatížením vyvolávající prostý smyk se prakticky nesetkáváme, většina konstrukcí je však namáhána ve **smyku za ohybu** (viz dále).
- s významným smykovým namáháním, které (v mezním stavu) způsobuje porušení **ustříhnutím** (namáhání ve stříhu) se setkáváme u spojů
  - šroubové, nýtové
  - svary
  - kolíkové spoje dřevěných konstrukcí
- podle počtu stříhových rovin, které se musí v mezním stavu porušit dělíme spoje na: jednostřížné, dvojtřížné a vícestřížné

- únosnost pro jednu rovinu lze zapsat

$$F_{Rd} = f_{dr} A_s,$$

- kde  $f_{dr}$  je návrhová pevnost šroubu pro dané uspořádání a  $A_s$  je plocha řezu šroubu

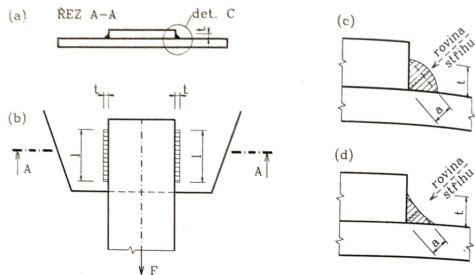


Obr. 2: Šroubový spoj

- u stříhem namáhaných koutových svarů se předpokládá rovnoměrné rozdělení smykových napětí podél vzdorující plochy
- tato plocha je dána výškou trojúhelníka  $a$  vepsaného do řezu svaru o tl.  $t$  (viz obr. 3)
- únosnost spoje na obrázku lze spočítat dle vztahu

$$F_{Rd} = f_{wd}A_s = f_{wd} \cdot 2al \approx f_{wd} \cdot 2 \cdot 0,707tl,$$

- kde  $f_{wd}$  je návrhová pevnost svaru ve smyku

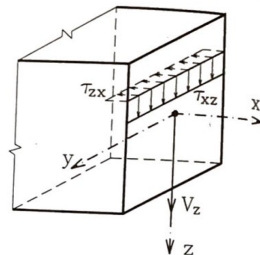


Obr. 3: Šroubový spoj

# Smyk za ohybu

## Masivní průřezy

- u obecně namáhaných (ohýbaných) nosníků jsou  $M_i \neq 0$  a zároveň  $V_i \neq 0$
- v důsledku působení posouvajících sil jsou průřezy namáhány smykovým napětím
- velikost smykových napětí **nelze** odvodit za předpokladů **Bernouliho hypotézy**, jelikož vylučuje zkosení průřezu
- z Hookova zákona ve smyku poté plyne, že smyková napětí jsou rovna nule
- vychází se proto ze shodnosti smykových napětí ve svislém  $\tau_{xz}$  a vodorovném směru  $\tau_{zxx}$

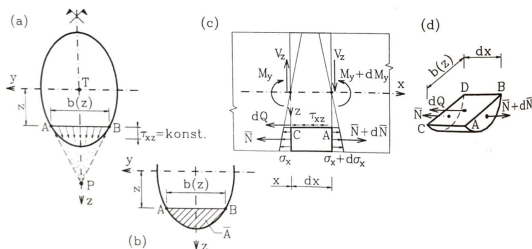


Obr. 4: Věta o vzájemnosti smykových napětí

### Grashofovy předpoklady

Mějme nosník stálého průřezu, symetrický k rovině  $xz$

1. podél rovnoběžky s neutrální osou je svislá složka smykového napětí **konstantní**  $\tau_{xz} = \text{konst.}$
2. vektory výsledných smykových napětí podél této přímky směřují do společného bodu (průsečíku tečen k obrysu průřezu)



Obr. 5: K odvození smykových napětí

# Smyk za ohybu

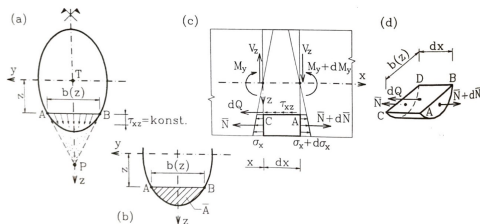
## Masivní průřezy

- uvolníme spodní část nosníku omezeného rovinou  $z = \text{konst}$

$$\bar{N} = \int_A \sigma_x dA = \frac{M_y}{I_y} \int_A z dA = \frac{M_y}{I_y} \bar{S}_y$$

$$d\bar{N} = \frac{d\bar{N}}{dx} dx = \frac{dM_y \bar{S}_y}{dx I_y} dx = V_z \frac{\bar{S}_y}{I_y} dx$$

- na odříznuté ploše  $ABCD$  působí napětí  $\tau_{zx}$  jehož výslednice  $dQ = \tau_{zx} b(z)$  musí být v rovnováze s normálovými silami



Obr. 6: K odvození smykových napětí

*Pozn.: Statický moment můžeme uvažovat jak horní, tak dolní odříznuté části, jelikož jsou v abs. hodnotě stejné*

## Grashofův vzorec

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{V_z \bar{S}_y}{I_y b(z)}$$



# Smyk za ohybu

## Tenkostěnné průřezy

- tenkostěnnými uvažujeme takové průřezy, jejichž tloušťka jednotlivých částí  $t$  je výrazně menší než rozměry celého průřezu (často 1:10)
- rozlišujeme:
  - otevřené tenkostěnné profily např. L, U, I, T, C
  - uzavřené průřezy např. O

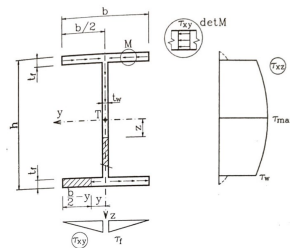
### Předpoklady

- smyková napětí jsou konstantní v řezu kolmo k dílčí stěně
- smyková napětí jsou rovnoběžná s obrysem průřezu

### Grashofův vzorec

$$\tau_x = \frac{V_z \bar{S}_y}{I_y t},$$

kde  $\tau_x$  je  $\tau_{xz}$  na svislých řezech a  $\tau_{xy}$  na vodorovných

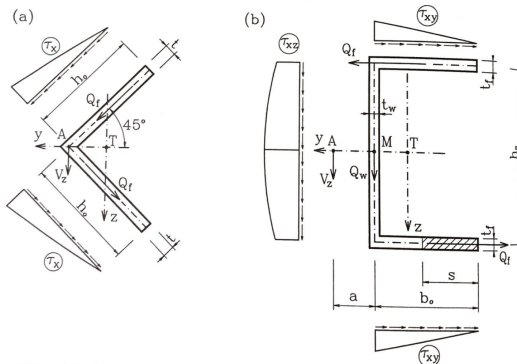


Obr. 7: K odvození smykových napětí

# Smyk za ohybu

## Střed smyku

- je hypotetický bod, kterým musí procházet výslednice zatížení, aby **prut nebyl namáhán na kroucení**
- u dvouose symetrických průřezů (I) je střed smyku totožný s těžištěm
- u jednoose symetrických průřezů (L, U, T, C) leží na obrácené straně než těžiště
- jeho polohu lze odvodit z momentové rovnováhy výslednic smykových sil na dílčích částech průřezu



Obr. 8: Střed smyku

ŠMIRÁK, SVATOPLUK. *Pružnost a plasticita I: pro distanční studium*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 80-720-4468-0.